

Rallye « Maths et Pliage » niveau 3^{ème}

Exercice 1 : Les copains d'abord (10 points)

Dans une classe de 24 élèves chaque garçon a exactement cinq amies parmi les filles alors que chaque fille a exactement 3 amis parmi les garçons. Bien sûr, si un garçon est ami avec une fille alors cette fille est ami avec ce garçon et inversement.

Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?

Exercice 2 : En langue étrangère (5 points)

Bags and boxes

There are two boxes, of a size adequate to accommodate ten balls, marked 1 to 10.

There is a bag containing ten tokens marked 1 to 10. At each stage of the experiment, the player takes out one token, makes a note of its number and puts it back in the bag. The ball marked with that same number must change boxes.

E.g. if the player takes out a token marked 8 and the ball marked 8 is in box B, that ball must be transferred to box A.

At the beginning of the experiment, the ten balls are in box A. The tokens are drawn twenty times. The tokens are drawn in the following order :

2, 4, 7, 6, 1, 2, 9, 7, 3, 10, 7, 1, 9, 2, 4, 8, 5, 7, 10, 7.

How many balls will there be in each box at the end of the experiment ?

Urnen und Säcke

Zwei Urnen A und B können mit 10 Kugeln, die von 1 bis 10 nummeriert sind, befüllt werden.

Ein Sack enthält 10 Spielmarken, die von 1 bis 10 nummeriert sind. Bei jeder Phase des Experiments zieht man eine Spielmarke, notiert deren Nummer und legt sie in den Sack zurück. Die Kugel, die die gleiche Nummer hat, muss die Urne wechseln.

Zum Beispiel: man zieht die Nummer 8, die Kugel mit der Nummer 8, die in Urne B ist, muss in Urne A gelegt werden.

Am Anfang des Experiments werden die 10 Kugeln in die Urne A gelegt. Man zieht 20 Mal.

Die gezogenen Spielmarken weisen folgende Reihenfolge auf :

2, 4, 7, 6, 1, 2, 9, 7, 3, 10, 7, 1, 9, 2, 4, 8, 5, 7, 10, 7.

Nennen Sie die Zusammensetzung der Urnen A und B am Ende des Experiments.

Urnas y bolsas

Dos urnas A y B pueden tener capacidad para diez bolas numeradas de 1 a 10. Una bolsa contiene diez fichas numeradas de 1 a 10.

En cada etapa de la experiencia, echan una ficha, apuntan su número y la vuelven a poner en la bolsa. Entonces la bola que lleva el mismo número la tienen que cambiar de urna.

Por ejemplo : Echan el número 8, como la bola 8 está en la urna B, entonces tienen que ponerla en la urna A. Al principio de la experiencia las diez bolas están puestas en la urna A.

Hacen 20 sorteos. Las fichas echadas sucesivamente son :

2, 4, 7, 6, 1, 2, 9, 7, 3, 10, 7, 1, 9, 2, 4, 8, 5, 7, 10, 7.

Dad la composición de las urnas A y B al final de la experiencia.

Exercice 3 : Titi et robinets (15 points)

Titi possède deux citernes d'eau, l'une de 3 000 litres et l'autre de 2 000 litres. Deux types de robinets peuvent servir à remplir l'une ou l'autre des citernes.

Huit robinets de type 1 remplissent une citerne dans le même temps que sept robinets de type 2.

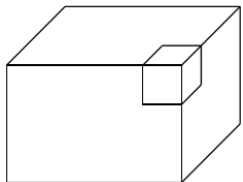
En ouvrant quatre robinets de type 1 et quatre robinets de type 2, la citerne de 3000 litres est remplie en trente minutes.

En ouvrant seulement un robinet de type 2, en combien de temps Titi remplirait-il sa citerne de 2000 litres ?

Mais Titi s'y prend autrement pour remplir sa citerne de 2 000 litres. Il ouvre un robinet de type 1 et un robinet de type 2 pendant une heure, puis coupe le robinet de type 2. Combien de temps Titi doit-il laisser encore ouvert le robinet de type 1 pour terminer le remplissage de la citerne ? (on arrondira à la seconde près)

Exercice 4 : Cinq couleurs pour une boîte (10 points)

Le prof. Ila Ransor a fabriqué un parallélépipède rectangle représenté par la figure ci-contre.



Les proportions ne sont pas respectées et cela volontairement.

Les trois faces non vues sont jaunes. La face avant est bleue sauf un carré vert de 4 cm^2 . La face latérale est blanche sauf un carré vert de 4 cm^2 . La face supérieure est rouge sauf un carré vert de 4 cm^2 . La partie bleue a une aire de 62 cm^2 , la partie blanche une aire de 73 cm^2 et la partie rouge une aire de 38 cm^2 .

Quelle est l'aire totale des trois faces jaunes ?

Quel est le volume du parallélépipède ?

Un dessin en perspective cavalière et en couleur, avec la face avant en vraie grandeur sera le bienvenu. Collez le dessin au dos du bulletin - réponse.

Nom : Prénom : Classe :

Nom : Prénom :

Nom : Prénom :

Nom : Prénom :

Bulletin - réponse
Rallye « Maths et Pliage » niveau 3^{ème}

Exercice 1 : Les copains d'abord (10 points)

Nombre de filles :

Donnez ci-dessous quelques explications sur la manière dont vous avez trouvé les solutions.

Exercice 2 : En langue étrangère « Urnes et sacs » (5 points)

À la fin de l'expérience,

- l'urne A contient les boules :

- l'urne B contient les boules :

Exercice 3 : Titi et robinets (15 points)

Avec un seul robinet de type 2, Titi remplirait sa citerne de 2 000 litres en

Titi doit laisser encore ouvert le robinet de type 1 pendant.....

Donnez ci-dessous quelques explications sur la manière dont vous avez trouvé la solution et peut-être des résultats intermédiaires.

Exercice 4 : Cinq couleurs pour une boîte (10 points)

Aire totale des trois faces jaunes :

Volume du parallélépipède :

Donnez ci-dessous quelques explications sur la manière dont vous avez trouvé les solutions.

Éléments de solutions : Rallye « Maths et Pliage » niveau 3^{ème}

Ce document ne donne pas les réponses aux questions de la partie « Thème » sur les pliages.

Exercice 1 : Les copains d'abord (10 points)

Si on note x le nombre de garçons et y le nombre de filles, on a le système d'équations $x + y = 24$ et $5x = 3y$ dont la solution est $x = 9$ et $y = 15$. Il y a **15 filles dans la classe**.

Exercice 2 : En langue étrangère « Urnes et sacs » (5 points)

Deux urnes A et B peuvent recevoir dix boules numérotées de 1 à 10. Un sac contient dix jetons numérotés de 1 à 10.

À chaque étape de l'expérience, on tire un jeton, on note son numéro et on le remet dans le sac. La boule portant le même numéro doit alors être changée d'urne.

Par exemple : on tire 8, la boule 8 étant dans l'urne B, on doit alors la mettre dans l'urne A.

Au départ de l'expérience les dix boules sont mises dans l'urne A. On fait 20 tirages. Les jetons tirés sont successivement : 2, 4, 7, 6, 1, 2, 9, 7, 3, 10, 7, 1, 9, 2, 4, 8, 5, 7, 10, 7.

Donnez la composition des urnes A et B à la fin de l'expérience.

Si on tire un même jeton un nombre pair de fois la boule correspondante se trouve au final dans l'urne A et dans l'urne B dans le cas impair. À la fin de l'expérience, l'urne A contient les boules : **1, 4, 9, 10**.

L'urne B contient les boules : **2, 3, 5, 6, 7, 8**.

Exercice 3 : Titi et robinets (15 points)

8 robinets de type 1 et 7 robinets de type 2 remplissent la citerne de 3000 litres dans le même temps ;

4 robinets de type 1 et 4 robinets de type 2 remplissent la citerne de 3 000 litres en 30 minutes ;

donc 8 robinets de type 1 et 8 robinets de type 2 remplissent la citerne de 3 000 litres en 15 minutes.

On remplace les 8 robinets de type 1 par les 7 robinets de type 2 sur la même durée, on peut dire alors :

15 robinets de type 2 remplissent la citerne de 3 000 litres en 15 minutes.

A partir de là, on termine le raisonnement comme on veut, par exemple :

5 robinets de type 2 remplissent une citerne de 1 000 litres en 15 minutes.

5 robinets de type 2 remplissent une citerne de 2 000 litres en 30 minutes.

5 robinets de type 2 remplissent une citerne de 1 000 litres en 15 minutes.

1 robinet de type 2 remplit une citerne de 2 000 litres en 5×30 minutes soit **2 heures 30 minutes**.

Le débit d_2 d'un robinet de type 2 est donc de $2\,000 \text{ (L)} / 2,5 \text{ (h)} = 800 \text{ (L/h)}$. Pendant la première heure les deux robinets sont ouverts et la citerne de 2 000 L se remplit donc de 1 500 L d'eau. Il faut maintenant calculer la durée nécessaire t (h) pour compléter les 500 L manquants avec seulement le premier robinet ouvert. Si on note d_1 le débit d'un robinet de type 1, comme $d_1 = 1\,500 - 800 = 700 \text{ (L/h)} = 500 / t$. On trouve $t = 5/7 \text{ (h)}$ soit environ **42 min 51 s** (arrondi à la seconde près).

La durée totale de remplissage de cette citerne est donc de 1 h 42 min 51 s.

Exercice 4 : Cinq couleurs pour une boîte (10 points)

L'aire des trois faces visibles est de $62 \text{ cm}^2 + 73 \text{ cm}^2 + 38 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 = 185 \text{ cm}^2$. C'est aussi l'aire totale des trois faces jaunes. Si on note L , l et h les dimensions du parallélépipède son volume est donné par $L \times l \times h$ qui peut aussi s'écrire $(Ll \times Lh \times hL)^{1/2}$, c'est-à-dire la racine carrée du produit des aires des trois faces visibles. Cela donne $(66^2 \times 77^2 \times 42^2)^{1/2} = 462$ et donc le volume est de **462 cm³**.

Même si on ne sait pas a priori que ce sont des nombres entiers, on peut aussi chercher les dimensions du pavé à l'aide des diviseurs communs de 66 (face avant) et 77 (face latérale). Si on élimine 1 (trop petit) on part sur 11 pour la hauteur. Ce qui donne immédiatement 6 pour la largeur et 7 pour la longueur.